Correction devoir maison n°11

Exercice 1

a) $A(0;0)$; $B(1;0)$; $C(-1;0)$; $D(0;1)$; $E(0;-2)$; $F(1;-2)$

b) $A(0;0)$; $B(0;1)$; $C(0;-1)$; $D\left(-\frac{1}{2};0\right)$; $E(1;0)$; $F(1;1)$

c) $A(1;1)$; $B(2;1)$; $C(0;1)$; $D\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$; $E(0;0)$; $F(1;0)$

Exercice 2

$\overrightarrow{AB}\ :\ \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-(-1) \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC}\ :\ \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-1 \\ -2-(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc $ABCD$ est un parallélogramme.

$AB = \sqrt{\left(1-(-1)\right)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$

$BC = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

$ABCD$ est un parallélogramme donc deux côtés consécutifs n'ont pas la même longueur donc ce n'est pas un losange.

$AC = \sqrt{\left(3-(-1)\right)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

D'une part $AC^2 = 25$ et d'autre part $AB^2 + BC^2 = 5 + 20 = 25$

Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

Ceci montre que $ABCD$ a deux côtés consécutifs perpendiculaires et donc $\boxed{ABCD \text{ est un rectangle}}$.

Exercice 3

1) $\overrightarrow{AB}\boxed{\begin{pmatrix} -5 \\ -9 \end{pmatrix}}$; $\overrightarrow{AC}\boxed{\begin{pmatrix} 1 \\ -11 \end{pmatrix}}$

$$2\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\ :\ 2\begin{pmatrix} 1 \\ -11 \end{pmatrix} - \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -5 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+\frac{5}{2} \\ -22+\frac{9}{2} \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} \frac{9}{2} \\ -\frac{35}{2} \end{pmatrix}}$$

$$\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}\ :\ \begin{pmatrix} -5 \\ -9 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 1 \\ -11 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5-3+6 \\ -9+33-2 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} -2 \\ 22 \end{pmatrix}}$$

$$\frac{2}{5}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{10}\overrightarrow{BA}\ :\ \frac{2}{5}\begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} - \frac{1}{10}\begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5}+3-\frac{1}{2} \\ \frac{22}{5}-1-\frac{9}{10} \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} \frac{21}{10} \\ \frac{25}{10} \end{pmatrix}}$$

2) Coordonnées de I : $x_I = \frac{x_A+x_B}{2} = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2}$ et $y_I = \frac{5-4}{2} = \frac{1}{2}$ donc $\boxed{I\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)}$

Coordonnées de J : $x_J = \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$ et $y_J = \frac{5-6}{2} = -\frac{1}{2}$ donc $\boxed{J\left(\frac{5}{2};-\frac{1}{2}\right)}$

Coordonnées de K : $x_K = \frac{x_B+x_C}{2} = \frac{-3+3}{2} = 0$ et $y_K = \frac{-4-6}{2} = -5$ donc $\boxed{K(0;-5)}$