

Correction devoir maison n°14

Exercice 1

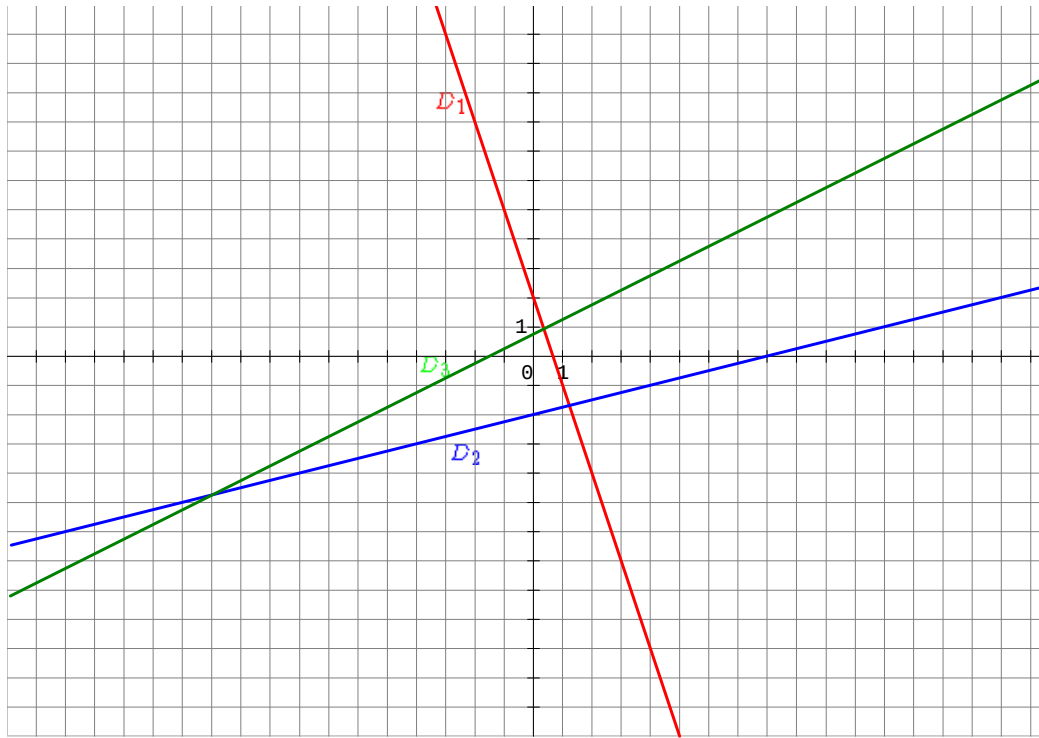
1) Graphiquement, à l'aide du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine :

$$d_1 : y = -2x + 6$$

$$d_2 : y = \frac{2}{3}x - 4$$

$$d_3 : x = 5$$

2) Voici le graphique :



Exercice 2

Pour le 1^{er} système : $\begin{cases} 10x + 7y = -1 \\ 3x - 5y = 21 \end{cases}$: $10 \times (-5) = -50$ et $3 \times 7 = 21$ donc les coefficients de x et y ne sont pas proportionnels et les droites ne sont pas parallèles. Il y a donc une unique solution à ce système.

On peut le résoudre par substitution ou par combinaison linéaire.

Par substitution :

$$\begin{aligned} \begin{cases} 10x + 7y = -1 \\ 3x - 5y = 21 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{10} - \frac{7}{10}y \\ 3\left(-\frac{1}{10} - \frac{7}{10}y\right) - 5y = 21 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{10} - \frac{7}{10}y \\ -\frac{21}{10}y - \frac{50}{10}y = \frac{210}{10} + \frac{3}{10} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{10} - \frac{7}{10}y \\ -\frac{71}{10}y = \frac{213}{10} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{10} - \frac{7}{10} \times (-3) \\ y = -3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Donc $S = \{(2; -3)\}$

Par combinaison linéaire : on multiplie la 1^{ère} équation par 3 et la seconde équation par 10 puis on soustrait les deux équations obtenues :

$$\begin{aligned} \begin{cases} 10x + 7y = -1 \\ 3x - 5y = 21 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 30x + 21y = -3 \\ 30x - 50y = 210 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 30x + 21y = -3 \\ 21y - (-50y) = -3 - 210 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 30x + 21y = -3 \\ 71y = -213 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 30x + 21 \times (-3) = -3 \\ y = -3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Donc $S = \{(2; -3)\}$

Pour le second système :

$$\begin{cases} 6x - 9y = 5 \\ 4x - 4y - \frac{1}{3} = 2y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9y = 5 \\ 4x - 6y = \frac{10}{3} \end{cases}$$

$6 \times (-6) = -36$ et $4 \times (-9) = -36$ donc les droites correspondantes à ce système sont parallèles.

Regardons si elles sont confondues : $6 \times \frac{10}{3} = 20$ et $4 \times 5 = 20$ donc les deux droites sont confondues et il y a donc une infinité de solutions. $S = \{(x; y) \mid 6x - 9y = 5\}$

Exercice 3

1) Pour déterminer l'équation d'une droite, deux méthodes : par le coefficient directeur ou par les vecteurs :

Par coefficient directeur :

Calcul du coefficient directeur de (AB) : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} =$

$$\frac{-2-5}{5-(-2)} = -\frac{7}{7} = -1$$

Donc l'équation de la droite (AB) est de la forme

$$y = -x + p.$$

A l'aide des coordonnées de A : $5 = -(-2) + p \Leftrightarrow$

$$p = 3$$

Donc l'équation de la droite (AB) est $y = -x + 3$

Par les vecteurs :

On considère un point $M(x; y)$ appartenant à (AB)

alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires et leurs coordonnées sont proportionnelles.

$$\overrightarrow{AB} : \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - (-2) \\ -2 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM} : \begin{pmatrix} x + 2 \\ y - 5 \end{pmatrix}$$

Donc $7(y - 5) = -7(x + 2)$

D'où $y = -x + 3$

2) La droite Δ est parallèle à (AB) donc son coefficient directeur est égal à celui de (AB) , c'est-à-dire à -1 .

L'équation de Δ est donc de la forme $y = -x + p$.

A l'aide des coordonnées du point C , $6 = -3 + p \Leftrightarrow p = 9$

L'équation de Δ est donc $y = -x + 9$

3) La médiane issue de A dans le triangle ABC est la droite passant par le milieu I de $[BC]$ et par A .

Calculons les coordonnées de I : $x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{5+3}{2} = 4$ et $y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{-2+6}{2} = 2$

Donc I a pour coordonnées $(4; 2)$.

Pour l'équation de (AI) , on utilise la méthode que l'on souhaite comme précédemment.

Calcul du coefficient directeur de (AI) : $\frac{y_I - y_A}{x_I - x_A} = \frac{2-5}{4+2} = -\frac{1}{2}$

Donc l'équation de (AI) est de la forme $y = -\frac{1}{2}x + p$.

A l'aide des coordonnées de I : $2 = -\frac{1}{2} \times 4 + p \Leftrightarrow p = 4$.

Donc l'équation de la médiane issue de A dans ABC est $y = -\frac{1}{2}x + 4$

4) On calcule d'abord les coordonnées du point M intersection de Δ et D_1

Calcul des coordonnées de M :

$$\begin{cases} y = -x + 9 \\ 27x + 2y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 9 \\ 27x + 2(-x + 9) + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 9 \\ 25x = -20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\left(-\frac{4}{5}\right) + 9 \\ x = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{49}{5} \\ x = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

Donc M a pour coordonnées $\left(-\frac{4}{5}; \frac{49}{5}\right)$.

Vérifions si M appartient à D_2 :

$$-28x - 3y + 7 = -28 \times \left(-\frac{4}{5}\right) - 3 \times \frac{49}{5} + 7 = \frac{112}{5} - \frac{147}{5} + 7 = -\frac{35}{5} + 7 = 0$$

Donc M appartient à D_2 et les trois droites sont concourantes en M .