Correction Devoir surveillé n°1 Sujet A

Exercice 1

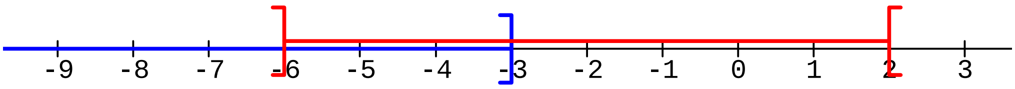
1)

a. L'ensemble des nombres strictement négatifs est $\boxed{]-\infty;0[}$.

b. L'ensemble de tous les nombres compris au sens large entre -2 et 7 est $\boxed{[-2;7]}$.

2) $x \geq 3 \Leftrightarrow x \in [3;+\infty[$ et $x < 5 \Leftrightarrow x \in]-\infty;5[$. On doit donc réaliser l'intersection de ces deux intervalles et on obtient $\boxed{[3;5[}$

3) On représente les deux intervalles sur une droite graduée et on trouve : $\boxed{I \cup J =]-\infty;2[}$ et $\boxed{I \cap J = \ ]-6;-3]}$



Exercice 2

1)

a. On choisit 5 ; on multiplie par 2 et on trouve 10 ; on soustrait 4 et on trouve 6 ; on prend le carré et on trouve 36 ; on soustrait 16 et on trouve 20. Le résultat affiché est donc $\boxed{20}$.

b. Nous allons travailler à l'envers en effectuant les opérations opposées.

On veut obtenir 84 donc avant de soustraire 16, il faut que le résultat soit 100 ; avant de prendre le carré, le résultat peut être 10 (il peut aussi être -10) ; avant de soustraire 4, le résultat doit être alors 14 (ou -6); avant de multiplier par 2, le résultat doit être 7 (ou -3).

Les possibilités pour obtenir 84 sont donc $\boxed{7 \text{ ou } -3}$

c. Si on choisit x, la multiplication par 2 donne $2x$; on soustrait 4 pour trouver $2x-4$; on prend le carré et on trouve $(2x-4)^2$; on soustrait 16 et on obtient $(2x-4)^2-16$.

Or $(2x-4)^2-16 = (2x)^2 - 2\times 2x \times 4 + 4^2 - 16 = 4x^2 - 16x$

Le programme correspond à l'expression $\boxed{4x^2-16x}$.

d. Voici un autre programme qui donne le même résultat :

Choisir un nombre

Prendre le carré

Multiplier par 4

Soustraire le produit du nombre de départ par 16

Afficher le résultat

2) Voici un programme correspondant à l'expression $\sqrt{(7-4x)^2+2}$:

Choisir un nombre

Multiplier par -4

Ajouter 7

Prendre le carré

Ajouter 2

Prendre la racine carrée

Afficher le résultat.

Exercice 3

1) $f(2) = -2\times 2^2 + 4\times 2 - 1 = -8+8-1 = -1$ donc $\boxed{\text{l'image de 2 par } f \text{ est } -1}$

$f(-3) = -2\times(-3)^2 + 4\times(-3) - 1 = -18-12-1 = -31$ donc $\boxed{\text{l'image de } -3 \text{ par } f \text{ est } -31}$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = -2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4\times\frac{1}{2} - 1 = -\frac{2}{4}+\frac{4}{2}-1 = -\frac{1}{2}+2-1 = -\frac{1}{2}+\frac{2}{2} = \frac{1}{2}$ donc $\boxed{\text{l'image de } \frac{1}{2} \text{ par } f \text{ est } \frac{1}{2}}$

$f(\sqrt{3}) = -2 \times (\sqrt{3})^2 + 4\sqrt{3} - 1 = -2 \times 3 + 4\sqrt{3} - 1 = -7 + 4\sqrt{3}$ donc $\boxed{\text{l'image de } \sqrt{3} \text{ par } f \text{ est} - 7 + 4\sqrt{3}}$

$f(-1) = -2 \times (-1)^2 + 4 \times (-1) - 1 = -2 - 4 - 1 = -7 \neq 2$

Donc le point A n'appartient pas à la courbe représentative de f.

$f(2) = -1$ donc le point B appartient à la courbe représentative de f.

$f(0) = -1$ donc le point C appartient à la courbe représentative de f.

2) Antécédents de -3 par g : $g(x) = -3 \Leftrightarrow -7x + 4 = -3 \Leftrightarrow -7x = -7 \Leftrightarrow x = 1$

Donc -3 a un unique antécédent par g qui est 1.

Antécédents de 4 par g : $g(x) = 4 \Leftrightarrow -7x + 4 = 4 \Leftrightarrow -7x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Donc 4 a un unique antécédent par g qui est 0.

3) Le seul nombre qui n'a pas d'image par h est 3 car, alors, le dénominateur est égal à 0. Autrement dit, la fonction h est définie sur $\boxed{\mathbb{R} - \{3\}}$.

Exercice 4

1) L'ensemble de définition de f est l'ensemble des nombres qui admettent une image par f. Ici, $\boxed{D_f = [-6; 6]}$

2) Pour lire graphiquement l'image d'un nombre x par f, on lit l'ordonnée du point de la courbe de f d'abscisse x. On a donc $\boxed{f(-5) = 1 \ ; \ f(3) = 4 \ \text{ et } \ f(6) = -2}$

3) Pour lire graphiquement les antécédents d'un nombre y par f, on lit les abscisses de tous les points de la courbe de f d'ordonnée y.

Les antécédents de 4 par f sont -1 et 3 ; les antécédents de -1 par f sont -3 et 5 ; les antécédents de 3 par f sont -6 ; 1 et environ $-1{,}5$ et $3{,}5$.

Correction Devoir surveillé n°1 Sujet B

Exercice 1

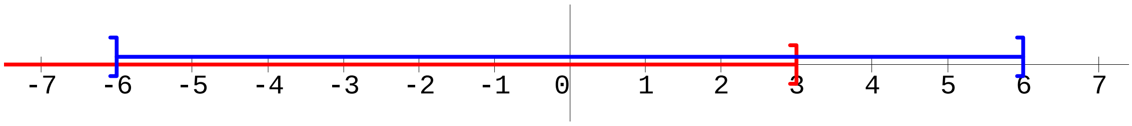
1)

a. L'ensemble des nombres positifs ou nuls est $\boxed{[0;+\infty[}$.

b. L'ensemble de tous les nombres strictement compris entre -2 et 9 est $\boxed{]-2;9[}$.

2) $x \geq 3 \Leftrightarrow x \in [3;+\infty[$ et $x < 5 \Leftrightarrow x \in]-\infty;5[$. On doit donc réaliser l'union de ces deux intervalles et on obtient $\boxed{\mathbb{R}}$

3) On représente les deux intervalles sur une droite graduée et on trouve : $\boxed{I \cup J =]-\infty;6]}$ et $\boxed{I \cap J = \ ]-6;3]}$



Exercice 2

1)

a. On choisit 5 ; on multiplie par 3 et on trouve 15 ; on ajoute 6 et on trouve 21 ; on prend le carré et on trouve 441 ; on soustrait 36 et on trouve 405. Le résultat affiché est donc $\boxed{405}$.

b. Nous allons travailler à l'envers en effectuant les opérations opposées.

On veut obtenir 864 donc avant de soustraire 36, il faut que le résultat soit 900 ; avant de prendre le carré, le résultat peut être 30 (il peut aussi être -30) ; avant d'ajouter 6, le résultat doit être alors 24 (ou -36); avant de multiplier par 3, le résultat doit être 8 (ou -12).

Les possibilités pour obtenir 864 sont donc $\boxed{8 \text{ ou } -12}$

c. Si on choisit x, la multiplication par 3 donne $3x$; on ajoute 6 pour trouver $3x+6$; on prend le carré et on trouve $(3x+6)^2$; on soustrait 36 et on obtient $(3x+6)^2 - 36$.

Or $(3x+6)^2 - 36 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 6 + 6^2 - 36 = 9x^2 + 36x$

Le programme correspond à l'expression $\boxed{9x^2 + 36x}$.

d. Voici un autre programme qui donne le même résultat :

Choisir un nombre

Prendre le carré

Multiplier par 9

Ajouter le produit du nombre de départ par 36

Afficher le résultat

2) Voici un programme correspondant à l'expression $-3 + \frac{4}{8-3x}$:

Choisir un nombre

Multiplier par -3

Ajouter 8

Prendre l'inverse

Multiplier par 4

Ajouter -3

Afficher le résultat.

Exercice 3

1) $f(2) = -3 \times 2^2 - 2 \times 2 + 3 = -12 - 4 + 3 = -13$ donc $\boxed{\text{l'image de 2 par } f \text{ est } -13}$

$f(-3) = -3 \times (-3)^2 - 2 \times (-3) + 3 = -27 + 6 + 3 = -18$ donc $\boxed{\text{l'image de } -3 \text{ par } f \text{ est } -18}$

$f\left(\frac{1}{3}\right) = -3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{3} + 3 = -\frac{3}{9} - \frac{2}{3} + 3 = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + 3 = 2$ donc $\boxed{\text{l'image de } \frac{1}{2} \text{ par } f \text{ est } 2}$

$f(\sqrt{3}) = -3 \times (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 3 = -3 \times 3 - 2\sqrt{3} + 3 = -6 - 2\sqrt{3}$ donc $\boxed{\text{l'image de } \sqrt{3} \text{ par } f \text{ est } -6 - 2\sqrt{3}}$

$f(-1) = -3 \times (-1)^2 - 2 \times (-1) + 3 = -3 + 2 + 3 = 2$

$\boxed{\text{Donc le point } A \text{ appartient à la courbe représentative de } f.}$

$f(2) = -13 \neq -1$ donc $\boxed{\text{le point } B \text{ n'appartient pas à la courbe représentative de } f.}$

$f(0) = 3$ donc $\boxed{\text{le point } C \text{ appartient à la courbe représentative de } f.}$

2) Antécédents de -1 par g : $g(x) = -1 \Leftrightarrow -4x + 7 = -1 \Leftrightarrow -4x = -8 \Leftrightarrow x = 2$

$\boxed{\text{Donc } -1 \text{ a un unique antécédent par } g \text{ qui est } 2.}$

Antécédents de 7 par g : $g(x) = 7 \Leftrightarrow -4x + 7 = 7 \Leftrightarrow -4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$\boxed{\text{Donc 7 a un unique antécédent par } g \text{ qui est } 0.}$

3) Le seul nombre qui n'a pas d'image par h est -3 car, alors, le dénominateur est égal à 0. Autrement dit, la fonction h est définie sur $\boxed{\mathbb{R} - \{-3\}}$.

Exercice 4

1) L'ensemble de définition de f est l'ensemble des nombres qui admettent une image par f. Ici, $\boxed{D_f = [-6; 6]}$

2) Pour lire graphiquement l'image d'un nombre x par f, on lit l'ordonnée du point de la courbe de f d'abscisse x. On a donc $\boxed{f(-6) = 3 \;;\; f(4) = 2 \text{ et } f(1) = 3}$

3) Pour lire graphiquement les antécédents d'un nombre y par f, on lit les abscisses de tous les points de la courbe de f d'ordonnée y.

$\boxed{\text{Les antécédents de } -1 \text{ par } f \text{ sont } -3 \text{ et } 5 \text{ ; les antécédents de 4 par } f \text{ sont } -1 \text{ et } 3 \text{ ; les antécédents de 1 par } f \text{ sont } -5 \text{ et environ } -2 \text{ et } 4{,}2.}$