Correction devoir surveillé n°3 – Sujet A

Exercice 1

1) Pour résoudre l'équation $f(x) = k$, on trace la droite horizontale passant par k en ordonnée. On lit les abscisses des points d'intersection de la courbe de la fonction f avec la droite.

Pour résoudre l'équation $f(x) = g(x)$, on lit les abscisses des points d'intersection des deux courbes de f et g.

a. $f(x) = 3$: $\boxed{S = \{-2; 5\}}$

b. $f(x) = -4$: $\boxed{S = \emptyset}$

c. $f(x) = 0$: $\boxed{S = \{-1; 4\}}$

d. $f(x) = g(x)$: $\boxed{S = \{0; 4\}}$

2) Pour résoudre graphiquement $f(x) \geq k$, on lit les abscisses des points de la courbe de f qui se situent au dessus de la droite horizontale passant par k en ordonnées.

Pour résoudre $f(x) \geq g(x)$, on lit les abscisses des points de la courbe de f au dessus de ceux de la courbe de g.

a. $f(x) < 3$: $\boxed{S =]-2; 5[}$

b. $f(x) \geq -2$: $\boxed{S =]-\infty; 0] \cup [3; +\infty[}$

c. $f(x) \leq 0$: $\boxed{S = [-1; 4]}$

d. $f(x) \geq g(x)$:
$\boxed{S =]-\infty; 0] \cup [4; +\infty[}$

e. $f(x) < g(x)$: $\boxed{S =]0; 4[}$

3) Tableau de signe de f :

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
Signe de f		$+$	0	$-$	0	$+$	

4) Tableau de variations de f :

x	$-\infty$	$1,5$	$+\infty$
Variations de f	$\searrow$	$\approx -3,2$	$\nearrow$

Exercice 2

1) 0 a trois antécédents par f : $\boxed{1\ ;0 \text{ et } -4}$

2) $\boxed{S =]-2; 4[}$

3) Les solutions sont environ : $\boxed{-1,4\ ; 1,4 \text{ et } 19,7}$

Exercice 3

1) $f(x) = 9(x^2 - 6x + 9) - 36 = \boxed{9x^2 - 54x + 45}$

2) $f(x) = [3(x-3)]^2 - 6^2 = [3(x-3)+6][3(x-3)-6] = \boxed{(3x-3)(3x-15)}$

ou $f(x) = 9[(x-3)^2 - 4] = 9[x-3-2][x-3+2] = \boxed{9(x-5)(x-1)}$

3) Pour les antécédents de 0, on utilise la forme factorisée :

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 3 = 0 \text{ ou } 3x - 15 = 0$ car un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul

$\Leftrightarrow 3x = 3 \text{ ou } 3x = 15 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = 5$

$\boxed{\text{Donc 0 a deux antécédents par } f \text{ : 1 et 5}}$

Antécédents de -36 : $f(x) = -36 \Leftrightarrow 9(x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

$\boxed{\text{Donc } -36 \text{ a un unique antécédent par } f \text{ : 3.}}$

Antécédent de 45 : $f(x) = 45 \Leftrightarrow 9x^2 - 54x + 45 = 45 \Leftrightarrow 9x^2 - 54x = 0 \Leftrightarrow 9x(x-6) = 0$

$\Leftrightarrow 9x = 0 \text{ ou } x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 6$

$\boxed{\text{Donc 45 a deux antécédents par } f \text{ : 0 et 6}}$

Antécédents de 64 : $f(x) = 64 \Leftrightarrow 9(x-3)^2 - 36 = 64 \Leftrightarrow 9(x-3)^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow [3(x-3)]^2 - 10^2 = 0$

$\Leftrightarrow (3x - 9 + 10)(3x - 9 - 10) = 0 \Leftrightarrow 3x + 1 = 0 \text{ ou } 3x - 19 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{3} \text{ ou } x = \dfrac{19}{3}$

$\boxed{\text{Donc 64 a deux antécédents par } f \text{ : } -\frac{1}{3} \text{ et } \frac{19}{3}.}$

Correction devoir surveillé n°3 – Sujet B

Exercice 1

1) Pour résoudre l'équation $f(x) = k$, on trace la droite horizontale passant par k en ordonnée. On lit les abscisses des points d'intersection de la courbe de la fonction f avec la droite.
   Pour résoudre l'équation $f(x) = g(x)$, on lit les abscisses des points d'intersection des deux courbes de f et g.
   a. $f(x) = 5$: $\boxed{S = \{-5; 2\}}$
   b. $f(x) = 0$: $\boxed{S = \{-3; 0\}}$
   c. $f(x) = -3$: $\boxed{S = \emptyset}$
   d. $f(x) = g(x)$: $\boxed{S = \{-3; 1\}}$
2) Pour résoudre graphiquement $f(x) \geq k$, on lit les abscisses des points de la courbe de f qui se situent au dessus de la droite horizontale passant par k en ordonnées.

Pour résoudre $f(x) \geq g(x)$, on lit les abscisses des points de la courbe de f au dessus de ceux de la courbe de g.
   a. $f(x) < 5$: $\boxed{S =]-5; 2[}$
   b. $f(x) \geq -1$:
   $\boxed{S =]-\infty; -2] \cup [-1; +\infty[}$
   c. $f(x) \geq 0$: $\boxed{S =]-\infty; -3] \cup [0; +\infty[}$
   d. $f(x) \leq g(x)$: $\boxed{S = [0; 4]}$
   e. $f(x) > g(x)$: $\boxed{S =]-\infty; -3[\cup]1; +\infty[}$
3) Tableau de signe de f :

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
Signe de f		$+$	0	$-$	0	$+$	

4) Tableau de variations de f :

x	$-\infty$	$-1,5$	$+\infty$
Variations de f	↘	$\approx -1,2$	↗

Exercice 2

1) 0 a trois antécédents par f : $\boxed{2\ ; 0 \text{ et } -4}$
2) $\boxed{S =]-\infty; -4[\cup]3; +\infty[}$
3) Les solutions sont environ : $\boxed{-1,4\ ; 1,4 \text{ et } -19,7}$

Exercice 3

1) $f(x) = 36(x^2 - 4x + 4) - 9 = \boxed{36x^2 - 144x + 135}$
2) $f(x) = [6(x-2)]^2 - 3^2 = [6(x-2)+3][6(x-2)-3] = \boxed{(6x-9)(6x-15)}$

ou $f(x) = 36\left[(x-2)^2 - \frac{1}{4}\right] = 36\left[x - 2 - \frac{1}{2}\right]\left[x - 2 + \frac{1}{2}\right] = \boxed{36\left(x - \frac{5}{2}\right)(x - \frac{3}{2})}$

3) Pour les antécédents de 0, on utilise la forme factorisée :

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 9 = 0$ ou $6x - 15 = 0$ car un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul

$\Leftrightarrow 6x = 9$ ou $6x = 15 \Leftrightarrow x = 1,5$ ou $x = 2,5$

$\boxed{\text{Donc 0 a deux antécédents par } f \text{ : 1,5 et 2,5}}$

Antécédents de -9 : $f(x) = -9 \Leftrightarrow 36(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$\boxed{\text{Donc } -36 \text{ a un unique antécédent par } f \text{ : 2.}}$

Antécédent de 135 : $f(x) = 135 \Leftrightarrow 36x^2 - 144x + 135 = 135 \Leftrightarrow 36x^2 - 144x = 0 \Leftrightarrow 36x(x-4) = 0$

$\Leftrightarrow 36x = 0$ ou $x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 4$

$\boxed{\text{Donc 135 a deux antécédents par } f \text{ : 0 et 4}}$

Antécédents de 72 : $f(x) = 72 \Leftrightarrow 36(x-2)^2 - 9 = 72 \Leftrightarrow 36(x-2)^2 - 81 = 0 \Leftrightarrow [6(x-2)]^2 - 9^2 = 0$

$\Leftrightarrow (6x - 12 + 9)(6x - 12 - 9) = 0 \Leftrightarrow 6x - 3 = 0$ ou $6x - 21 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $x = \frac{7}{2}$

$\boxed{\text{Donc 72 a deux antécédents par } f \text{ : 0,5 et 3,5.}}$