Devoir surveillé n°4 Sujet A

Exercice 1

On considère une fonction f définie sur $[-4; 5]$ telle que :

- 1 a exactement trois antécédents par f : -4 ; -1 et 5.
- Le maximum de f sur $[-4; 5]$ est 3 ; il est atteint en 2.
- Le minimum de f sur $[-4; 5]$ est -1.
- Le maximum de f sur $[-4; 0]$ est 2 ; il est atteint en 0.
- L'image de $-2{,}5$ par f est -1.
- Le tableau de signe de f est :

x	-4		-3		-2		5
Signe de f		$+$	0	$-$	0	$+$	

1) Tracer une courbe représentative possible pour f dans un repère orthonormé.
2) Dresser le tableau de variations correspondant.

Exercice 2

On considère la courbe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont voici le tableau de variations :

x	$-\infty$		-3		0		1		3		$+\infty$
Variations de f		$\nearrow$	5	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	

On donne en plus : $f(-1) = 0$.

1) Comparer en justifiant :
   a. $f(-2)$ et $f(-1)$
   b. $f(5)$ et $f(7)$
   c. $f(-1)$ et $f(3)$
   d. $f(\sqrt{2})$ et $f(1)$
   e. $f(-0{,}5)$ et $f(2)$
2) Déterminer un encadrement de $f(x)$ pour $x \in [0; 1]$.
3) Déterminer un encadrement de $f(x)$ pour $x \in [-3; 3]$.
4) Indiquer, en justifiant, si on peut affirmer que :
   a. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \leq 5$.
   b. Pour tout $x \in [-3; 3]$, $f(x) \geq -2$.
   c. Il existe un $x \in [0; 3]$ tel que $f(x) = -1$.
   d. Il existe un $x \in [-3; 1]$ tel que $f(x) < -2$.

Exercice 3

1) On considère la fonction $f: x \mapsto x^3 - x^2 - x - 1$.

Calculer $f(1)$ et $f(2)$. Expliquer pourquoi l'équation $f(x) = 0$ a une solution dans $[1; 2]$.

2) A l'aide du principe de dichotomie, déterminer un encadrement de cette solution.

Pour cela, vous complèterez le tableau ci-dessous :

i	m	$f(m)$	A	B
			1	2

La solution x_0 de $f(x) = 0$ dans $[1; 2]$ est telle que : ………….$< x_0 <$…………………

Exercice 4

A un contrôle, les élèves de la classe A ont obtenu les notes suivantes :

Notes	0	8	10	12	13	18
Effectif	2	6	9	8	7	2

1) Calculer la moyenne de la classe (arrondir à 10^{-1})
2) Calculer l'étendue des notes.
3) Recopier le tableau sur la copie et calculer les fréquences et les fréquences cumulées croissantes (arrondir à 10^{-2} près)
4) Déterminer la médiane, le 1er quartile et le 3ième quartile en expliquant la démarche.
5) Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.
   a. Au moins 75% des notes sont inférieures ou égales à Q_3.
   b. Au moins 50% des notes sont inférieures ou égales à Q_1.
   c. 75% des notes sont strictement supérieures à Q_1.
6) Le même contrôle a été donné dans la classe B qui compte 24 élèves. La moyenne de la classe B est 9,7 et la médiane de 9. Déterminer, si cela est possible, la moyenne et la médiane des deux classes confondues. Si cela n'est pas possible, justifier pourquoi.

502

Devoir surveillé n°4   Sujet B

Exercice 1

On considère une fonction f définie sur $[-3; 6]$ telle que :

- 2 a exactement trois antécédents par f : -3 ; 1 et 6.
- Le maximum de f sur $[-3; 6]$ est 4 ; il est atteint en -1.
- Le minimum de f sur $[-3; 6]$ est -3.
- Le maximum de f sur $[0; 6]$ est 3 ; il est atteint en 0.
- L'image de 3 par f est -3.
- Le tableau de signe de f est :

x	-3		2		4		6
Signe de f		$+$	0	$-$	0	$+$	

1) Tracer une courbe représentative possible pour f dans un repère orthonormé.
2) Dresser le tableau de variations correspondant.

Exercice 2

On considère la courbe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont voici le tableau de variations :

x	$-\infty$		-3		0		1		3		$+\infty$
Variations de f		↗	5	↘	-2	↗	1	↘	0	↗	

On donne en plus : $f(-1) = 1$.

1) Comparer en justifiant :
   a. $f(-7)$ et $f(-5)$
   b. $f(-1)$ et $f(1)$
   c. $f(1{,}5)$ et $f(2)$
   d. $f(-2)$ et $f(1{,}5)$
   e. $f(4)$ et $f(\pi)$
2) Déterminer un encadrement de $f(x)$ pour $x \in [-3; 0]$.
3) Déterminer un encadrement de $f(x)$ pour $x \in [0; 3]$.
4) Indiquer, en justifiant, si on peut affirmer que :
   a. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq -2$.
   b. Pour tout $x \in [-3; 3]$, $f(x) \leq 5$.
   c. Il existe un $x \in [-3; 1]$ tel que $f(x) = 4$.
   d. Il existe un $x \in [0; 3]$ tel que $f(x) > 1$.

Exercice 3

1) On considère la fonction $f : x \mapsto x^3 - x^2 - x - 4$.

Calculer $f(2)$ et $f(3)$. Expliquer pourquoi l'équation $f(x) = 0$ a une solution dans $[2; 3]$.

2) A l'aide du principe de dichotomie, déterminer un encadrement de cette solution.

Pour cela, vous complèterez le tableau ci-dessous :

i	m	$f(m)$	A	B
			2	3

La solution x_0 de $f(x) = 0$ dans $[2; 3]$ est telle que : ………….$< x_0 <$………………..

Exercice 4

A un contrôle, les élèves de la classe A ont obtenu les notes suivantes :

Notes	2	8	10	12	13	18
Effectif	1	6	10	8	6	3

1) Calculer la moyenne de la classe (arrondir à 10^{-1}).
2) Calculer l'étendue des notes.
3) Recopier le tableau sur la copie et calculer les fréquences et les fréquences cumulées croissantes (arrondir à 10^{-2} près)
4) Déterminer la médiane, le 1^er quartile et le 3^ième quartile en expliquant la démarche.
5) Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.
   a. Au moins 75% des notes sont strictement inférieures à Q_3.
   b. Au moins 50% des notes sont inférieures ou égales à Q_1.
   c. 75% des notes sont strictement supérieures à Q_1.
6) Le même contrôle a été donné dans la classe B qui compte 24 élèves. La moyenne de la classe B est 9,2 et la médiane de 9. Déterminer, si cela est possible, la moyenne et la médiane des deux classes confondues. Si cela n'est pas possible, justifier pourquoi.