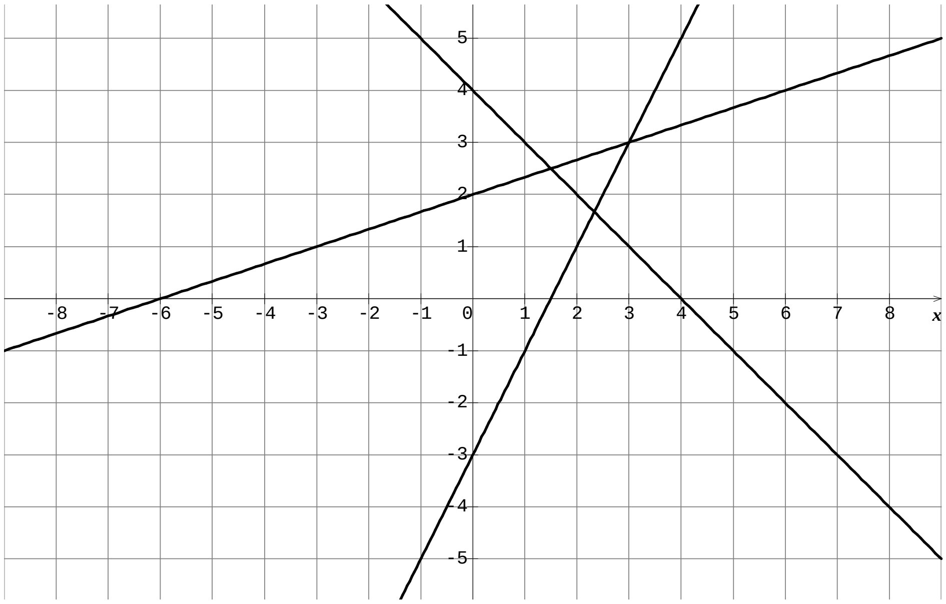
Correction devoir surveillé n°7 Sujet A

Exercice 1

1) Graphiquement : $\boxed{f: x \mapsto x-3}$; $\boxed{g: x \mapsto -3x+2}$ et $\boxed{h: x \mapsto \frac{1}{2}x+1}$

2)



3) $A\left(-10; \frac{8}{3}\right)$ appartient à la courbe de p si et seulement si $p(-10) = \frac{8}{3}$. Or :

$p(-10) = \frac{1}{3}(-10) + 2 = -\frac{10}{3} + \frac{6}{3} = -\frac{4}{3}$ donc $\boxed{A \text{ n'appartient pas à la courbe de } p}$

Exercice 2

1) $f: x \mapsto 5-3x$ donc f est une fonction affine de la forme $x \mapsto ax+b$ avec $a=-3$ et $b=5$.
   a. Le coefficient directeur a est strictement négatif donc f est strictement décroissante.
   b. f s'annule en $\frac{5}{3}$ car $f(x)=0 \Leftrightarrow 5-3x=0 \Leftrightarrow -3x=-5 \Leftrightarrow x=\frac{-5}{-3} \Leftrightarrow x=\frac{5}{3}$.

De plus f est décroissante donc elle est d'abord positive puis négative.

x	$-\infty$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	

2) $g: x \mapsto \frac{5}{3}x-1$ est une fonction affine de la forme $x \mapsto ax+b$ avec $a=\frac{5}{3}$ et $b=-1$.
   a. Le coefficient directeur a est strictement positif donc la fonction g est strictement croissante.
   b. g s'annule en $\frac{3}{5}$ car $g(x)=0 \Leftrightarrow \frac{5}{3}x-1=0 \Leftrightarrow \frac{5}{3}x=1 \Leftrightarrow 5x=3 \Leftrightarrow x=\frac{3}{5}$.

De plus g est croissante donc elle est d'abord négative puis positive.

x	$-\infty$		$\frac{3}{5}$		$+\infty$
Signe de $g(x)$		$-$	0	$+$	

3) Tableau de signe complet :

x	$-\infty$		$\frac{3}{5}$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
Signe de $(5-3x)$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $\left(-\frac{5}{7}x+1\right)$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $(-5+4x)\left(-\frac{5}{7}x+1\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Exercice 3

1)

a.

$5(3x+2)-4(2-x)=3+x \Leftrightarrow 15x+10-8+4x=3+x$

$\Leftrightarrow 15x+4x-x=3-10+8$

$\Leftrightarrow 18x=1$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{18}$

L'équation a une solution : $\boxed{\frac{1}{18}}$

b.

$\dfrac{x-2}{6}-\dfrac{2x+1}{3}=1 \Leftrightarrow \dfrac{x-2-2(2x+1)}{6}=\dfrac{6}{6} \Leftrightarrow x-2-4x-2=6 \Leftrightarrow -3x=10 \Leftrightarrow x=-\dfrac{10}{3}$

L'équation a une solution $\boxed{-\frac{10}{3}}$

2)

a.

$2(1-3x)-5(x+1)\geq 2(x+3)$

$\Leftrightarrow 2-6x-5x-5\geq 2x+6$

$\Leftrightarrow -11x-2x\geq 6-2+5$

$\Leftrightarrow -13x\geq 9$

$\Leftrightarrow x\leq -\dfrac{9}{13}$

L'ensemble des solutions est l'intervalle $\boxed{\left]-\infty;-\frac{9}{13}\right]}$

b.

$\dfrac{x-4}{5}+\dfrac{3-2x}{2}<\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{2(x-4)+5(3-2x)}{10}<\dfrac{5}{10} \Leftrightarrow 2x-8+15-10x<5 \Leftrightarrow -8x<-2 \Leftrightarrow x>\dfrac{2}{8} \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{4}$

L'ensemble de solutions est l'intervalle $\boxed{]0{,}25;+\infty[}$

c.

$\dfrac{2x+5}{4}+\dfrac{3-x}{2}<1 \Leftrightarrow \dfrac{2x+5+2(3-x)}{4}<\dfrac{4}{4} \Leftrightarrow 2x+5+6-2x<4 \Leftrightarrow 11<4$

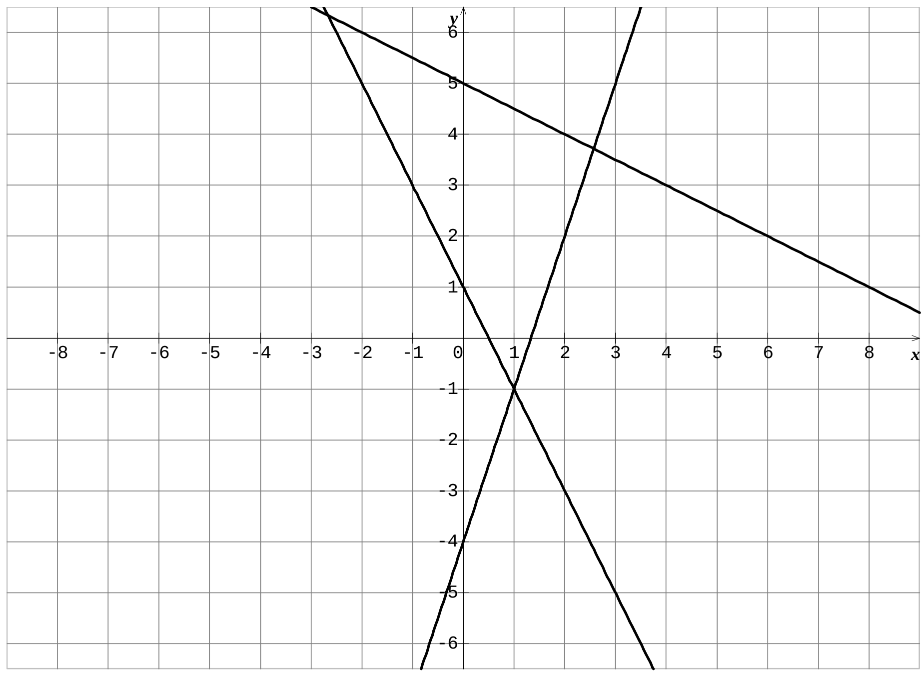
Cette dernière inégalité est toujours fausse donc aucun nombre n'est solution. $\boxed{S=\emptyset}$

Correction devoir surveillé n°7 Sujet B

Exercice 1

1) Graphiquement : $\boxed{f : x \mapsto -x+3}$; $\boxed{g : x \mapsto 2x-3}$ et $\boxed{h : x \mapsto \frac{1}{3}x-1}$

2)



3) $A\left(-15;\frac{25}{2}\right)$ appartient à la courbe de p si et seulement si $p(-15)=\frac{25}{2}$. Or :

$$p(-15)=-\frac{1}{2}(-15)+5=\frac{15}{2}+\frac{10}{2}=\frac{25}{2} \text{ donc } \boxed{A \text{ appartient à la courbe de } p}$$

Exercice 2

1) $f : x \mapsto -5+4x$ donc f est une fonction affine de la forme $x \mapsto ax+b$ avec $a=4$ et $b=-5$.

   a. Le coefficient directeur a est strictement positif donc f est strictement croissante.

   b. f s'annule en $\frac{5}{4}$ car $f(x)=0 \Leftrightarrow -5+4x=0 \Leftrightarrow 4x=5 \Leftrightarrow x=\frac{5}{4}$.

De plus f est croissante donc elle est d'abord négative puis positive.

x	$-\infty$		$\frac{5}{4}$		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	

2) $g : x \mapsto -\frac{5}{7}x+1$ est une fonction affine de la forme $x \mapsto ax+b$ avec $a=-\frac{5}{7}$ et $b=1$.

   a. Le coefficient directeur a est strictement négatif donc la fonction g est strictement décroissante.

   b. g s'annule en $\frac{7}{5}$ car $g(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{5}{7}x+1=0 \Leftrightarrow -\frac{5}{7}x=-1 \Leftrightarrow -5x=-7 \Leftrightarrow x=\frac{7}{5}$.

De plus g est décroissante donc elle est d'abord positive puis négative.

x	$-\infty$		$\frac{7}{5}$		$+\infty$
Signe de $g(x)$		$+$	0	$-$	

3) Tableau de signe complet :

x	$-\infty$		$\frac{5}{4}$		$\frac{7}{5}$		$+\infty$
Signe de $(-5+4x)$		$-$	0	$+$	|	$+$	
Signe de $\left(-\frac{5}{7}x+1\right)$		$+$	|	$+$	0	$-$	
Signe de $(-5+4x)\left(-\frac{5}{7}x+1\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Exercice 3

1)

a.

$5(-3x+2)-3(4-x)=3+x \Leftrightarrow -15x+10-12+3x=3+x$

$\Leftrightarrow -15x+3x-x=3-10+12$

$\Leftrightarrow -13x=5$

$\Leftrightarrow x=-\dfrac{5}{13}$

L'équation a une solution : $\boxed{-\frac{5}{13}}$

b.

$\dfrac{x-2}{5}-\dfrac{2x+1}{2}=1 \Leftrightarrow \dfrac{2(x-2)-5(2x+1)}{10}=\dfrac{10}{10} \Leftrightarrow 2x-4-10x-5=10$

$\Leftrightarrow -8x=19 \Leftrightarrow x=-\dfrac{19}{8}$

L'équation a une solution $\boxed{-\frac{19}{8}}$

2)

a.

$2(1+3x)-5(x-1)\geq 2(x+3)$

$\Leftrightarrow 2+6x-5x+5\geq 2x+6$

$\Leftrightarrow x-2x\geq 6-2-5$

$\Leftrightarrow -x\geq -1$

$\Leftrightarrow x\leq 1$

L'ensemble des solutions est l'intervalle $\boxed{]-\infty;1]}$

b.

$\dfrac{3-2x}{4}-\dfrac{2x+4}{2}>1 \Leftrightarrow \dfrac{3-2x-2(2x+4)}{4}>\dfrac{4}{4} \Leftrightarrow 3-2x-4x-8>4 \Leftrightarrow -6x>4-3+8$

$\Leftrightarrow -6x>9 \Leftrightarrow x<-\dfrac{9}{6} \Leftrightarrow x<-\dfrac{3}{2}$

L'ensemble de solutions est l'intervalle $\boxed{\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right[}$

c.

$\dfrac{x-4}{3}+\dfrac{3-2x}{6}<\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \dfrac{2(x-4)+(3-2x)}{6}<\dfrac{2}{6} \Leftrightarrow 2x-8+3-2x<2 \Leftrightarrow -5<2$

Cette dernière inégalité est toujours vraie donc tous les nombres sont solutions. $\boxed{S=\mathbb{R}}$