

Devoir commun de Mathématiques

La qualité et la précision de votre rédaction seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices est autorisé. Le barème est donné à titre indicatif.

Nom :

Prénom :

Classe :

Exercice 1 – (5 points) – pour les élèves suivant l'enseignement de spécialité

A rendre sur une feuille à part

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses parmi les trois proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie, le numéro de la question et la lettre correspondant à la question choisie.

Partie I : Aucune justification n'est demandée

Une bonne réponse rapporte 0,5 point.

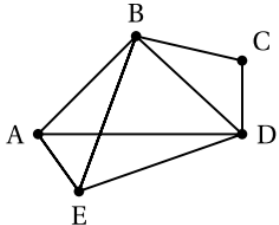
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Énoncé	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on désigne par (S) l'ensemble des points M de coordonnées $(x; y; z)$ tels que $z = 2x - y^2 + 1$ et par (P) le plan d'équation $3x + 2y - 5 = 0$.	1. a. La surface (S) passe par le point de coordonnées :		
	$(1; -1; 4)$	$(-1; -1; 0)$	$(1; -1; 2)$
	1. b. La courbe de niveau de cote 3 de la surface (S) est :		
	une droite	une parabole	une hyperbole
2. Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère : – le plan (P) d'équation $x + y + z - 2 = 0$ – la droite (D) d'équations cartésiennes $y = 1$ et $z = 1 - x$.	1. c. Le plan (P) :		
	contient le point de coordonnées $(0; 0; -5)$	est parallèle au plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$	est parallèle à l'axe $(O; \vec{k})$
	La droite (D) est sécante au plan (P).	La droite (D) est incluse dans le plan (P).	La droite (D) est strictement parallèle au plan (P).

Partie II : Recopier pour chaque question la réponse exacte et justifier celle-ci.

Chaque réponse exacte et bien justifiée rapportera 1 point.

Toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. On considère le graphe H :  On peut affirmer que :	a.	Le graphe H admet une chaîne eulérienne.	Le graphe H admet un cycle eulérien.	Le graphe H est complet.
	b.	Le nombre chromatique du graphe est 3.	Le graphe admet un sous-graphe complet d'ordre 4.	Le graphe n'est pas connexe.
2. On définit la suite (u_n) par $u_0 = 4$ et, pour tout entier naturel n , par $u_{n+1} = -0,4 u_n + 1750$. On définit la suite (v_n) pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 1250$. Alors :		La suite (v_n) est arithmétique.	La suite (v_n) est géométrique.	La suite (u_n) est géométrique.

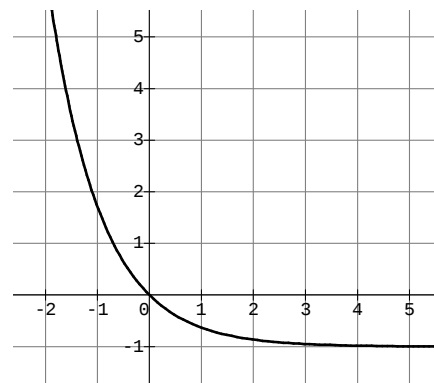
Exercice 1 – (5 points) – pour les élèves ne suivant pas l'enseignement de spécialité

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{-x} - 1$$

La courbe ($\mathcal{C}$) donnée est la représentation graphique de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$. On note F la primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0) = 0$.



Partie A – Vrai / Faux

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse.

Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapport 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

- $f(\ln(2)) = -3$.
- La limite de f en $+\infty$ est égale à -1 .
- Pour tout nombre réel x , on a $f'(x) = e^{-x}$.
- La fonction F est croissante sur l'intervalle $[-1; 0]$.
- Pour tout nombre réel x , on a $F(x) = 1 - e^{-x} - x$.

Partie B - Composée

On considère la fonction g définie par $g(x) = \ln(f(x))$.

- Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) > 0$. En déduire que g est définie sur $] -\infty; 0[$.
- Déterminer la limite de g en $-\infty$.
- Déterminer la limite de g en 0 .
- Etudier les variations de g .

Exercice 2 – (4 points) – commun à tous les élèves

Une roue de loterie comporte trois secteurs notés A , B et C .

On lance la roue, elle tourne puis s'arrête devant un repère fixe.

Le mécanisme est conçu de telle sorte que, à l'arrêt de la roue, le repère fixe se trouve toujours devant l'un des trois secteurs, qui est alors déclaré "secteur repéré".

On note p_1 la probabilité que le secteur A soit repéré. On donne $p_1 = 0,2$.

On note p_2 la probabilité que le secteur B soit repéré. On donne $p_2 = 0,3$.

- Calculer la probabilité, notée p_3 , que le secteur C soit repéré.

Une partie consiste à lancer la roue deux fois successivement. On s'intéresse aux couples de secteurs repérés obtenue à la suite des deux lancers successifs.

On admet que les lancers de roues successifs sont indépendants.

- Justifier que la probabilité d'obtenir le couple de secteurs repérés $(A; B)$ est égale à $0,06$.
- Compléter le tableau suivant par les probabilités d'obtenir les différents couples de secteurs repérés possibles. Certaines probabilités sont déjà indiquées ; ainsi la probabilité d'obtenir le couple $(C; C)$ est égale à $0,25$.

Secteur repéré au premier lancer	A	B	C
A	0,04		
B	0,06		
C			0,25

- Montrer que la probabilité d'obtenir un couple de secteurs repérés ne comportant pas le secteur C est égale à $0,25$.

5) De l'argent est mis en jeu dans cette partie. Le gain dépend du nombre de secteurs C repérés :

- obtenir deux fois le secteur C fait gagner 8€.
- obtenir exactement une fois le secteur C fait gagner 1€.
- n'obtenir aucun secteur C fait perdre 10€.

- a. Compléter le tableau suivant :

Gain (en euros)	-10	1	8
Probabilité			0,25

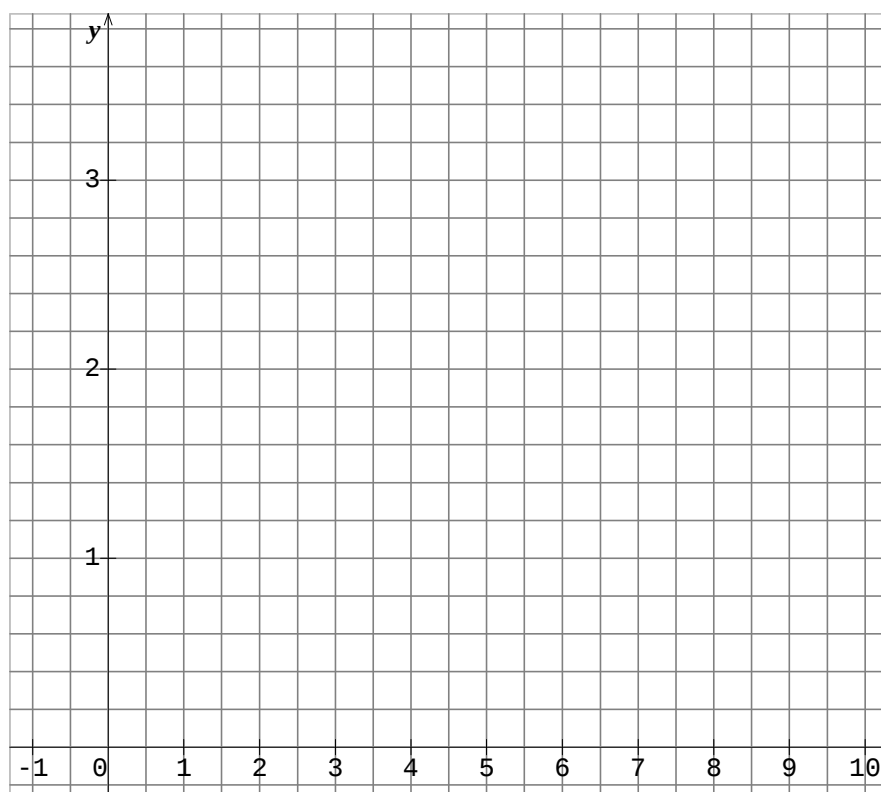
- b. Calculer le gain moyen que l'on peut espérer à ce jeu. Interpréter ce résultat.

Exercice 3 – (5 points) – commun à tous les élèves

Le tableau suivant donne l'évolution du profit annuel d'une entreprise de l'année 1999 à 2005.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
Profit annuel en millions d'euros (y_i)	1,26	1,98	2,28	2,62	2,84	3,00	3,20

- 1) Construire le nuage de points associée à la série $(x_i; y_i)$ dans le repère orthogonal ci-dessous.



- 2) La forme du nuage suggère un ajustement logarithmique. On décide donc d'étudier la série $(x_i; z_i)$ où $z_i = e^{y_i}$. Compléter le tableau ci-dessous par les valeurs décimales arrondies au centième.

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = e^{y_i}$	3,53			13,74	17,12	20,09	24,53

- 3) Donner l'équation de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les résultats obtenus à la calculatrice seront arrondis au centième (avec ces arrondis, on obtient une équation de la forme $z = ax$).

- 4) En déduire que la courbe d'équation $y = \ln(x) + 1,23$ approche le nuage de points.

- 5) On suppose que l'évolution du profit annuel se poursuit suivant ce modèle.

- Calculer le profit annuel, exprimé en millions d'euros, attendu pour l'année 2008 (donner la valeur décimale arrondie au centième).
- Déterminer à partir de quelle année le profit annuel initial (c'est-à-dire celui de 1999) aura au moins triplé.

Exercice 4 – (6 points) – commun à tous les élèves

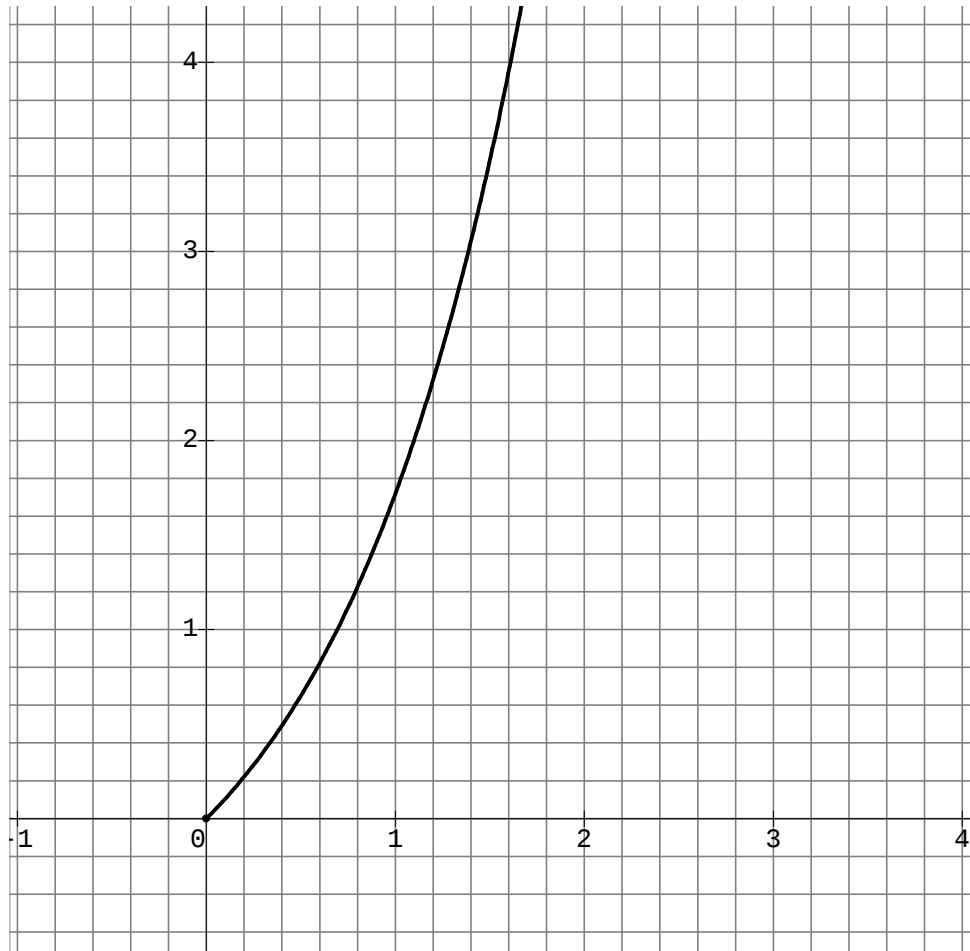
On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = e^x - 1 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{3}{e^x + 1}$$

Les fonctions f et g sont dérivables sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) La fonction f est représentée par la courbe $\mathcal{C}$ figurant ci-dessous :



- Donner une équation de la tangente T à cette courbe au point O , origine du repère.
- Tracer la droite T dans le repère donné.

2) Etude de la fonction g

- Calculer $g(0)$
- Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$. En donner une interprétation graphique.
- Etudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $[0; +\infty[$ et dresser son tableau de variations.
- Tracer la représentation graphique de la fonction g dans le repère donné.

3) La lecture graphique montre que l'équation $f(x) = g(x)$ admet dans l'intervalle $[0; +\infty[$ une unique solution, notée m .

- Faire figurer sur le graphique le point A de coordonnées $(m; f(m))$
- Prouver par le calcul que $m = \ln(2)$.

4) Soit la fonction G définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par

$$G(x) = 3x - 3 \ln(e^x + 1)$$

Montrer que la fonction G est une primitive de la fonction g sur l'intervalle $[0; +\infty[$.