

Devoir maison n°11

Exercice 1

Dans chacun des calculs, donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.

1) Le jeune Bob obtient des résultats moyens à l'école. Pour le motiver, sa maman lui propose le jeu suivant : à chaque fois qu'il obtient une « bonne » note, il peut tirer successivement sans remise deux pièces dans un sac contenant 7 pièces de 1 euro et 3 pièces de 2 euros. Si les deux pièces sont de valeurs différentes, il garde ces deux pièces et sa maman complète le sac pour une autre fois. Si les deux pièces sont de même valeur, il remet les deux pièces dans le sac.

Déterminer la probabilité des événements suivants :

A : « Bob tire deux pièces de 1 euro » ;

B : « Bob tire deux pièces de 2 euros » ;

C : « Bob tire deux pièces de valeurs différentes ».

2) On conserve le principe du jeu du 1).

On se propose de faire gagner un peu plus d'argent à Bob en changeant juste le nombre de pièces de 2 euros dans le sac, le nombre de pièces de 1 euro étant toujours de 7.

On suppose qu'il y a n pièces dans le sac dont toujours 7 pièces de 1 euro (n est un entier naturel supérieur ou égal à 10).

a. Montrer que la probabilité p_n de l'événement « Bob tire deux pièces de valeurs différentes » est :

$$p_n = \frac{14(n-7)}{n(n-1)}$$

b. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[10; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{14(x-7)}{x(x-1)}$

Étudier les variations de f et en déduire les deux valeurs entières consécutives de n entre lesquelles la fonction f présente son maximum. Donner alors la valeur maximale de p_n .

Exercice 2

Tous les résultats numériques seront arrondis à l'unité près sauf indication contraire.

Une machine est achetée 3 000 euros. Le prix de revente y , exprimé en euros, est donné en fonction du nombre x d'années d'utilisation par le tableau suivant :

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	3000	2400	1920	1536	1229	983

Partie A : Ajustement affine

1) Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal du plan. Les unités graphiques seront de 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et de 1 cm pour 200 euros sur l'axe des ordonnées.

2) Calculer le pourcentage de dépréciation du prix de revente après les trois premières années d'utilisation.

3) Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés.

Donner une équation de la droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

Représenter la droite dans le repère précédent.

Partie B : Ajustement non affine

On pose $z = \ln(y)$

1) Compléter un tableau avec les valeurs de z pour un nombre d'années de 0 à 5 ans. Les résultats seront arrondis au centième.

2) A l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

3) En déduire que $y \approx 0,8^x \times 3011$

4) Déterminer après combien d'années d'utilisation le prix de revente devient inférieur ou égal à 500 euros.

Partie C : Comparaison des ajustements

Après 6 années d'utilisation le prix de revente d'une machine est de 780 euros. Des deux ajustements précédents, quel est celui qui semble le mieux estimer le prix de revente après 6 années d'utilisation? On argumentera la réponse.