

Correction devoir surveillé n°5 bis

Exercice 1

On remplit un tableau...

$$p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - 0,7 = 0,3$$

On complète ensuite $p(A \cap \bar{B}) = 0,2$ et on complète avec

$$p(A \cap B) = 0,1$$

De plus, $p(A \cup B) = p(A \cap B) + p(A \cap \bar{B}) + p(\bar{A} \cap B)$ et donc

$$p(\bar{A} \cap B) = p(A \cup B) - p(A \cap B) - p(A \cap \bar{B}) = 0,7 - 0,1 - 0,2 = 0,4$$

On complète ensuite le tableau et on trouve $p(B) = 0,5$; $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,3$ et

$$p(\bar{A} \cup \bar{B}) = p(\bar{A}) + p(\bar{B}) - p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,7 + 0,5 - 0,3 = 0,9$$

	A	$\bar{A}$	Total
B	0,1	0,4	0,5
$\bar{B}$	0,2	0,3	0,5
Total	0,3	0,7	1

Exercice 2

La somme des probabilités est égale à 1 donc $x^2 + \frac{28}{15}x + \frac{196}{225} = 1$ ce qui est équivalent à $x^2 + \frac{28}{15}x + \frac{196}{225} - \frac{225}{225} = 0$

Ou encore : $225x^2 + 420x - 29 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 420^2 - 4 \times 225 \times (-29) = 202500$ donc il y a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-420 + \sqrt{202500}}{2 \times 225} = \frac{-420 + 450}{450} = \frac{30}{450} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15} \text{ et } x_2 = \frac{-420 - 450}{2 \times 225} = -\frac{870}{450} < 0$$

Une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1 donc $x = \frac{1}{15}$

Exercice 3

1) On peut représenter les résultats dans un tableau (1^{er} lancer en ligne et 2^{ème} lancer en colonne) ou avec un arbre. Par exemple, dans le tableau ci-contre, on met A pour les issues correspondant à l'événement A, ... Tous les tirages sont équiprobables car les dés sont équilibrés. Donc

	1	2	3	4	5	6
1	BC	AC	BC	AC	BC	AC
2	AC		A		A	
3	BC	A	BC	AC	BC	AC
4	AC		AC		A	
5	BC	A	BC	A	BC	AC
6	AC		AC		AC	

a. $p(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$; $p(B) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ et $p(C) = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

b. $\bar{A}$ et B sont incompatibles : on le voit dans le tableau car il n'y a aucun tirage tel que la somme des résultats soit impaire (c'est-à-dire on additionne un nombre pair et un nombre impair) et le produit impair (car les deux nombres doivent être impairs).

c. $\bar{A}$ et C ne sont pas incompatibles car, par exemple, si on obtient 1 et 2, la somme est impaire et le plus petit des nombres est impair.

d. $\bar{B}$ et C ne sont pas incompatibles car, par exemple, si on obtient 1 et 3, le produit est impair et le plus petit des nombres est impair.

2) Le tableau avec tous les résultats possibles est ci-contre.

a. Voici la loi de probabilité :

Gain	2	3	4	5	0
Probabilité	$\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$	$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$	$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$	$\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$	$\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

b.

$$E = 2 \times \frac{8}{36} + 3 \times \frac{6}{36} + 4 \times \frac{4}{36} + 5 \times \frac{2}{36} + 0 \times \frac{16}{36} = \frac{16 + 18 + 16 + 10 + 0}{36} = \frac{60}{36} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \approx 1,67$$

$$V = 2^2 \times \frac{8}{36} + 3^2 \times \frac{6}{36} + 4^2 \times \frac{4}{36} + 5^2 \times \frac{2}{36} + 0^2 \times \frac{16}{36} - \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{32 + 54 + 64 + 50 + 0 - 100}{36} = \frac{100}{36} \approx 2,8$$

c. Si la partie coûte 2€, le jeu n'est pas équitable car l'espérance n'est que de 1,67€ environ donc on perd de l'argent