Devoir surveillé n°7**Exercice 1**

Résoudre les équations et les inéquations suivantes :

- $e^{4x+1} = 4$
- $4e^{2x} - 3e^x - 1 = 0$
- $e^{x^2-4x} < \frac{1}{e^3}$
- $e^{-2x+1} \geq 1$
- $4e^{2x} - 3e^x - 1 > 0$

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{2e^x-4}{e^x+1}$.

- Déterminer la limite de f en $-\infty$. En donner une interprétation graphique.
- Déterminer la limite de f en $+\infty$. En donner une interprétation graphique.
- Calculer la dérivée de la fonction f . En déduire les variations de la fonction f .
- Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.

Exercice 3

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 5e^x - \frac{x-1}{3-2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 3 - e^x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{5+2x-3x^2}$$

Exercice 4**Partie A**

On considère la fonction $f: x \mapsto (x-4)e^{-0,25x+5}$ sur l'intervalle $[4; 20]$.

- Montrer que, pour $x \in [4; 20]$, $f'(x) = (-0,25x + 2)e^{-0,25x+5}$.
- En déduire le tableau de variations de f .
- Montrer que l'équation $f(x) = 50$ admet deux solutions dans $[4; 20]$ que l'on notera α et β avec $\alpha < \beta$.

Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de α et β .

Partie B

Une entreprise commercialise des centrales d'aspiration. Le coût de production d'une centrale est 400€.

On suppose que le nombre d'acheteurs d'une centrale est $N(x) = e^{-0,25x+5}$ quand x est le prix de vente d'une centrale, exprimé en centaines d'euros.

- Exprimer la recette $R(x)$ (exprimée en centaines d'euros) correspondant à la vente de centrales à un prix de x centaines d'euros.
- Montrer que le bénéfice réalisé par l'entreprise, en centaines d'euros, est égal à $f(x)$.
- Dans quelle fourchette de prix, arrondis à l'euro près, l'entreprise doit-elle vendre les centrales pour que le bénéfice soit supérieur à 5000€ ? Justifier.
- A quel prix l'entreprise doit-elle vendre une centrale pour réaliser un bénéfice maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?