

Devoir maison n°12**Exercice 1**

On considère deux points A et B tels que $AB = 4 \text{ cm}$ et on appelle I le milieu de $[AB]$.

On cherche à déterminer l'ensemble G_k des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = k$.

- 1) Pour $k = 0$, que peut-on dire de MA et MB ? Déterminer et construire G_0 .
- 2) Dans le cas général, on suppose maintenant que k est un réel quelconque.
 - a. Montrer que $MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{BA}$.
 - b. On note H le projeté orthogonal de M sur (AB) . Montre que $\overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{k}{2}$.
 - c. Montrer que $IH = \frac{|k|}{8} \text{ cm}$. Préciser, selon le signe de k , la position de H sur (AB) .
 - d. Déterminer G_k .
 - e. Construire G_8 et G_{-16} .

Exercice 2

On considère deux points A et B tels que $AB = 6 \text{ cm}$.

On cherche à déterminer l'ensemble Γ des points M du plan tel que $(3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}) = 0$.

- 1) On considère G le barycentre de $(A; 3)$ et $(B; 2)$ et H le barycentre de $(A; 1)$ et $(B; -2)$. Construire G et H .
- 2) Exprimer $(3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB})$ en fonction de \overrightarrow{MG} et \overrightarrow{MH} .
- 3) Montrer que M appartient à Γ si et seulement si (MG) et (MH) sont perpendiculaires.
- 4) Déterminer et construire Γ .

Exercice 3

On considère un carré $ABCD$ de côté a et E tel que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$.

On considère le point F sur $[CD]$ tel que le périmètre de CEF soit égal à $2a$.

- 1) Déterminer DF en fonction de a .
- 2) Montrer que $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF} = \frac{17a^2}{20}$.
- 3) Calculer $\cos(\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AF})$ puis en déduire la valeur exacte de l'angle \widehat{EAF} .
- 4) Calculer, en fonction de a , l'aire du triangle AEF .