

Devoir maison n°15

Exercice 1

On considère un dé à six faces pipé. On note p_i la probabilité d'obtenir la face i avec un lancer.

Sachant que p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 et p_6 forment les premiers termes d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$, déterminer la probabilité de chaque face.

Exercice 2

Une urne contient 6 boules rouges et n boules blanches ($n \geq 2$). Un jeu consiste à tirer successivement sans remise deux boules de l'urne.

Si les deux boules sont de la même couleur, le joueur gagne 1 € et si elles sont de couleurs différentes, le joueur perd 1 €.

- 1) Dans cette question, on suppose que $n = 4$.
 - a. Calculer la probabilité de l'événement A « obtenir deux boules de la même couleur ».
 - b. Calculer l'espérance de ce jeu.
- 2) Dans le cas général, n est un entier quelconque supérieur ou égal à 2. On note X la variable aléatoire qui, à chaque tirage de deux boules, associe le gain algébrique du joueur.
 - a. Etablir la loi de probabilité de X en fonction de n .
 - b. Démontrer que l'espérance $E(X)$ est égale à $\frac{n^2 - 13n + 30}{(n+6)(n+5)}$.
 - c. Pour quelles valeurs de n le jeu est-il équitable ?
 - d. Pour quelles valeurs de n le jeu est-il défavorable ?

Exercice 3

Dans un repère du plan, on considère $A(0; 1)$, $B(1; 0)$ et $C(-1; 0)$. On considère G le barycentre de $(A; 1)$, $(B; b)$ et $(C; c)$ où b et c sont des réels.

- 1) A quelle condition sur b et c , le point G existe-t-il ?
- 2) Calculer alors les coordonnées du point G .
- 3) Le couple $(b; c)$ est obtenu de la manière suivante : b est le résultat d'un premier jet d'un dé équilibré dont les faces sont numérotées -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 et 3 . c est le résultat d'un second jet du même dé.
 - a. Quelle est la probabilité que le point G existe ?
 - b. Quelle est la probabilité que l'abscisse de G soit égale à 1 ?
 - c. Quelle est la probabilité que l'abscisse de G soit égale à 0 ?
 - d. Quelle est la probabilité que G appartienne à l'un des axes du repère ?