

Devoir maison n°4

Exercice 1

ABC est un triangle. Le point M est défini par $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

- 1) Démontrer que M appartient à la droite (BC) .
- 2) Déterminer deux réels b et c tels que M soit le barycentre de $(B; b)$ et $(C; c)$.
- 3) On considère N tel que $3\overrightarrow{BN} + 2\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{BC}$. Déterminer b' et c' tels que N soit le barycentre de $(B; b')$ et $(C; c')$.

Exercice 2

ABC est un triangle, K désigne le milieu de $[AB]$, I et J sont tels que $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$.

- 1) Construire le point G barycentre des points pondérés $(A; 3)$, $(B; 3)$ et $(C; 1)$.
- 2) Démontrer que I est le barycentre de $(B; 3)$ et $(C; 1)$.
- 3) Démontrer que J est le barycentre de $(A; 3)$ et $(C; 1)$.
- 4) Justifier que G est le point d'intersection des droites (AI) , (BJ) et (CK) .

Exercice 3

On considère un triangle ABC et on note A' , B' et C' les milieux respectifs de $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$. Le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC et G le centre de gravité du triangle.

- 1) Construire le point H tel que $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.
- 2) Démontrer que $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OA'}$.
- 3) En déduire que H est un point de la hauteur du triangle ABC issue de A .
- 4) Démontrer que H est l'orthocentre de ABC .
- 5) Démontrer que $\overrightarrow{OH} = 3\overrightarrow{OG}$.
- 6) En déduire que les points O , G et H sont alignés.

Cette droite s'appelle la droite d'Euler du triangle ABC .