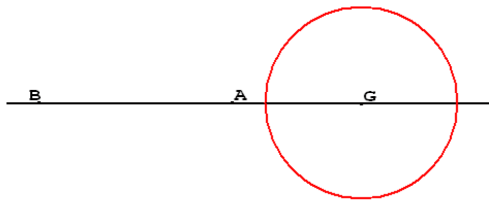
Correction devoir maison n°5

Exercice 1

1) G existe car $5-2=3\neq 0$ et $\overrightarrow{AG}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$
2) M est un point quelconque du plan.
   a. $5\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}=5\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)-2\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)=3\overrightarrow{MG}+\left(5\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}\right)$

Donc $5\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MG}$.

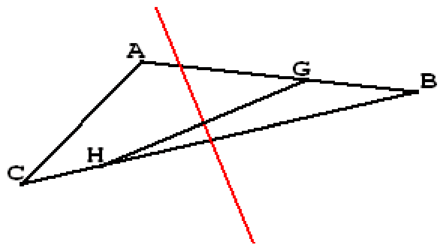
   b. $M\in E\Leftrightarrow \left\|5\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right\|=9\Leftrightarrow \left\|3\overrightarrow{MG}=9\right\|\Leftrightarrow MG=3$
   c. L'ensemble des points M tel que $MG=3$ est le cercle de centre G et de rayon 3.



Exercice 2

1) G existe car $2+3\neq 0$ et de plus $\overrightarrow{AG}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$.

Pour tout point M, $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=2\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)+3\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)$
$=5\overrightarrow{MG}$.



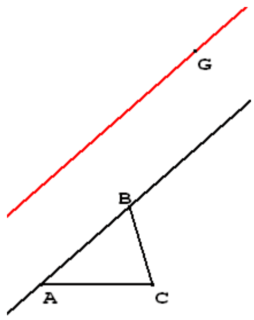
2) On considère le point H, barycentre de $(B;1)$ et $(C;4)$. H existe car $1+4=5\neq 0$.

Pour placer H : $\overrightarrow{BH}=\frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$.

Alors pour tout point M du plan : $\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{HB}+4\left(\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{HC}\right)=5\overrightarrow{MH}$.

3) $M\in\Delta\Leftrightarrow\left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\right\|\Leftrightarrow\left\|5\overrightarrow{MG}\right\|=\left\|5\overrightarrow{MH}\right\|\Leftrightarrow MG=MH$
4) L'ensemble des point M tels que $MG=MH$ est la médiatrice du segment $[GH]$.

Exercice 3



1) G existe car $1-3+1=-1\neq 0$ et $\overrightarrow{AG}=3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

Pour tout point M du plan :
$\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}-3\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}=-\overrightarrow{MG}$ car $\overrightarrow{GA}-3\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

2) $M\in\Delta\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ colinéaire à $\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow-\overrightarrow{MG}$ colinéaire à $\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow(MG)$ et (AB) parallèles

L'ensemble Δ est donc la droite parallèle à (AB) passant par G.

Exercice 4

1) $3\overrightarrow{MA}-5\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MA}-5\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)+2\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}\right)=-5\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$.
2) G existe car $1+3-1=3\neq 0$ et $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Pour tout point M du plan : $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$.

3) $\left\|3\overrightarrow{MA}-5\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|\Leftrightarrow\left\|2\overrightarrow{AC}-5\overrightarrow{AB}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MG}\right\|\Leftrightarrow MG=\frac{1}{3}\left\|2\overrightarrow{AC}-5\overrightarrow{AB}\right\|$

Donc M appartient au cercle de centre G et de rayon $\frac{1}{3}\left\|2\overrightarrow{AC}-5\overrightarrow{AB}\right\|$.