

Devoir maison n°6

Exercice 1

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

- 1) f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.
 - a. f s'annule en -2
 - b. f' s'annule en -1
 - c. L'approximation affine de $f(1+h)$ pour h proche de 0 est 0.
 - d. L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0 est $y = 3x + 1$
- 2) f est la fonction définie sur $[-\frac{1}{2}; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{2x+1}$.
 - a. Pour tout $x > -\frac{1}{2}$, on a $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$.
 - b. $f'(0) = 1$
 - c. L'approximation affine de $f(h)$ pour h proche de 0 est h .
 - d. L'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $\frac{3}{2}$ est $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

Exercice 2

On considère la fonction $f: x \mapsto ax + b + \frac{c}{x-2}$ définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ avec a, b et c des réels.

- 1) Calculer $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R} - \{2\}$.
- 2) Déterminer a, b et c tels que la courbe de f passe par le point $A(1; 2)$ que la tangente à la courbe de f au point d'abscisse -1 ait pour équation $y = 8x - 2$.

Exercice 3

Dans un repère, on note $\wp$ la parabole d'équation $y = x^2$.

A et B sont deux points distincts de $\wp$ d'abscisses respectives a et b ; I est le milieu de $[AB]$.

Les tangentes à $\wp$ en A et B se coupent en J et M est le milieu de $[IJ]$.

- 1) Dans cette question (et cette question seulement) $a = -1$ et $b = 2$.
 - a. Dans un repère, tracer $\wp$ et placer précisément A, B, I, J et M .
 - b. Montrer que M appartient à $\wp$.
 - c. Que peut-on dire de la tangente à $\wp$ en M et de la droite (AB) ?
- 2) Dans le cas général :
 - a. Déterminer les coordonnées de I .
 - b. Déterminer les équations des tangentes à $\wp$ en A et B .
 - c. En déduire les coordonnées de J puis de M .
 - d. Montrer que M appartient à $\wp$.
 - e. Démontrer que la tangente à $\wp$ en M est parallèle à (AB) .