Devoir maison n°8

Exercice 1

$ABCD$ est un carré indirect de côté 4. E est le milieu de $[AD]$.
On considère un point M de $[AB]$ et le point N de $[BC]$ tel que $\left(\overrightarrow{ME};\overrightarrow{MN}\right)=\frac{\pi}{2}\ (2\pi)$
On pose $AM=x$.

1) Faire une figure.
2) Simplifier la somme $\left(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MN}\right)+\left(\overrightarrow{NM};\overrightarrow{NB}\right)+\left(\overrightarrow{BN};\overrightarrow{BM}\right)$ et en déduire que $\left(\overrightarrow{MA};\overrightarrow{ME}\right)=\left(\overrightarrow{NB};\overrightarrow{NM}\right)\ (2\pi)$
3) Montrer que $BN=\frac{x(4-x)}{2}$
4) Montrer que l'aire du triangle EMN est donnée par la fonction $f: x\mapsto\frac{(4-x)(4+x^2)}{4}$
5) Etudier les variations de la fonction f sur $[0;4]$.
6) Déterminer un encadrement de l'aire de EMN pour $x\in[0;2]$.

Exercice 2

Pour aménager un parc, on dispose de sphères de rayon $6\ dm$. A l'intérieur de ces sphères, on veut placer des poubelles de forme cylindrique.
On suppose qu'une poubelle a pour hauteur $2h$ et pour rayon r (en dm). On cherche à déterminer la hauteur du cylindre pour obtenir une poubelle de volume maximal.

1) Exprimer r en fonction de h.
2) Démontrer que le volume V du cylindre en dm^3 peut s'écrire sous la forme $V(h)=2\pi(-h^3+36h)$
3) Déterminer la hauteur du cylindre pour laquelle le volume de la poubelle est maximal.
4) Déterminer la valeur exacte de ce volume en dm^3.
5) Donner l'arrondi à l'unité de ce volume.

Exercice 3

ABC est un triangle équilatéral direct, ACD et AEB sont des triangles rectangles en E et D, isocèles et directs.

1) Faire une figure.
2) Donner une mesure en radians de chacun des angles orientés suivants (indiquer les détails de vos calculs).
   a. $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{EA}\right)$
   b. $\left(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{BE}\right)$
   c. $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{CD}\right)$
   d. $\left(\overrightarrow{CD};\overrightarrow{EA}\right)$