

Devoir surveillé n°4

Exercice 1

On considère deux points A et B tels que $AB = 6$.

Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $\|\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB}\| = 3$

Exercice 2

Calculer les dérivées des fonctions suivantes après avoir précisé les ensembles de définition et de dérivabilité.

$$f: x \mapsto \sin^2 x$$

$$g: x \mapsto \sqrt{2x-3}$$

Exercice 3

On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{9-x^2}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Calculer le taux de variations de la fonction f entre 0 et $0+h$.
En déduire que f est dérivable en 0 et donner $f'(0)$.

Exercice 4

On considère la fonction polynôme P définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = x^3 - 3x + 1$.

- 1) Etudier les variations de la fonction P .
- 2) Démontrer que l'équation $P(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[-2; -1]$. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 0,01.
- 3) Combien l'équation $P(x) = 0$ a-t-elle de solutions dans $\mathbb{R}$? Justifier.

Exercice 5

On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 2 a pour équation $y = 3x - 1$.

- 1) Donner $f(2)$ et $f'(2)$.
- 2) Déterminer une approximation affine de $f(2+h)$ pour des valeurs de h proche de 0.
- 3) En déduire une valeur approchée de $f(1,997)$.

Exercice 6

On considère la fonction f définie sur $[-1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1-x}{4+x^3}$.

- 1) Dans cette question, on s'intéresse à la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 4$.
 - a. Déterminer les variations de g .
 - b. Calculer $g(2)$.
 - c. En déduire le signe de g .
- 2) Calculer la dérivée de la fonction f .
- 3) Utiliser les questions précédentes pour déterminer les variations de f sur $[-1; +\infty[$.
- 4) Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 0.
- 5) Etudier le signe de $\frac{1-x}{4+x^3} - \frac{1-x}{4}$ sur $[-1; +\infty[$. En déduire la position relative de la courbe de f et de T .