Devoir maison n°5

Exercice 1

On considère un triangle ABC et k un réel différent de -1 et 2.
On note A' le barycentre de $(B;1)$ et $(C;k)$; B' le barycentre de $(A;-2)$ et $(C;k)$ et C' le symétrique de B par rapport à A.

1) Exprimer C' comme barycentre de A et B en précisant les coefficients.
2) Pour quelles valeurs de k peut-on considérer le barycentre G des points $(A;-2)$, $(B;1)$ et $(C;k)$?
3) Pour ces valeurs de k, démontrer que les droites (AA'), (BB') et (CC') sont concourantes.
4) Pour $k=3$, faire une figure.
5) On prend maintenant $k=1$.
    a. Faire une figure.
    b. Démontrer que les droites (AA'), (BB') et (CC') sont parallèles.

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-x^4+\frac{8}{3}x^3-\frac{x^2}{2}-3x+1$.

1) Dans cette question, on s'intéresse au polynôme $P(x)=-4x^3+8x^2-x-3$.
    a. Déterminer une racine évidente de P. En déduire une factorisation de P.
    b. Construire le tableau de signes de P.
2) Calculer la dérivée de f.
3) Construire le tableau de variations de f.
4) Déterminer une approximation affine locale de $f(2+h)$ pour h proche de 0.
5) On s'intéresse à cette question aux valeurs de x comprise dans $[-2;2]$.
    a. Déterminer un encadrement de $f(x)$.
    b. f possède-t-il des extremums locaux ? Si oui, en quels points ?
    c. f possède-t-il un majorant et un minorant ? Si oui, en quels points ?

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ où a,b,c et d sont des réels. On note C_f la courbe représentative de f dans un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.
Déterminer a,b,c et d pour que la courbe C_f possède les propriétés suivantes :

- C_f coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 20.
- C_f passe par le point $A(-1;18)$ et admet en ce point une tangente de coefficient directeur 3.
- C_f admet une tangente horizontale au point d'abscisse 0.