

Devoir maison n°7

Exercice 1

Une entreprise fabrique des casseroles cylindriques de contenance 1 l. Elle cherche à utiliser le moins de métal possible (on ne tiendra pas compte du manche).

On note x le rayon de la base de la casserole et h la hauteur de la casserole en centimètres.

- 1) Exprimer h en fonction de x .
- 2) On considère la fonction S qui, à un rayon x , associe la surface de métal utilisé (l'aire latérale plus l'aire du disque de base). Démontrer que pour tout $x > 0$, on a $S(x) = \pi x^2 + \frac{2000}{x}$.
- 3) Etudier les variations de la fonction S .
- 4) Pour quelle valeur exacte de x la surface de métal est-elle minimale ?
- 5) Démontrer qu'alors $h = x$.

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 30]$ par $f(x) = -2x^3 + 60x^2 + 2000$.

Partie A

- 1) Déterminer le tableau de variations de f .
- 2) Dans un repère, tracer la courbe représentative C de la fonction f (on prendra 1 cm pour 2 unités en abscisse et 1 cm pour 1000 unités en ordonnées).
- 3) Dans ce même repère, tracer la droite D d'équation $y = 150x + 4500$.
- 4) Pour déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite D et de la courbe C , on est amené à résoudre $-2x^3 + 60x^2 + 2000 = 150x + 4500$. Cela revient à résoudre $-2x^3 + 60x^2 - 150x - 2500 = 0$.
 - a. On considère donc $g: x \mapsto -2x^3 + 60x^2 - 150x - 2500$.
Etudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $[0; 30]$.
 - b. Combien l'équation $g(x) = 0$ a-t-elle de solutions dans $[0; 30]$?
 - c. A l'aide du graphique, déterminer ces solutions et vérifier par le calcul.

Partie B

Pour l'organisation d'un spectacle, le prix de la location de la salle est de 4500€.

Afin d'avoir le maximum de spectateurs parmi la population des environs, des messages publicitaires sont diffusés sur la radio locale.

On note x le nombre de jours de publicité.

Pour x compris entre 0 et 30 jours, la recette prévue est donnée par $f(x)$ où la fonction f est la fonction définie à la partie A. Chaque jour de publicité est facturé 150€.

- 1) On fait le calcul pour 20 jours de publicité :
 - a. Quelle recette est prévisible ?
 - b. Calculer les frais engagés (location de la salle et publicité) ?
 - c. Calculer le bénéfice dans le cas où la recette est conforme à la prévision.
- 2) Quel est le bénéfice si on prévoit 5 jours de publicité ?
- 3) Combien de jours de publicité, au minimum, faut-il prévoir pour que le bénéfice soit positif ou nul ? Comment retrouve-t-on ce résultat sur le graphique ?
- 4) Combien de jours de publicité faut-il pour que le bénéfice soit maximal ? Comment retrouve-t-on ce résultat sur le graphique ?