$1S_1$: DEVOIR SURVEILLÉ N°2 (1 heure)

Exercice 1 (2 points)

Dans un triangle ABC, on note I le milieu de $[AB]$ et G le barycentre de $(A, 2000)(B, 2000)(C, 3000)$.

Démontrer que G, C et I sont alignés.

Exercice 2 (4 points)

$ABCD$ est un tétraèdre et G est le barycentre de $(A, 4)$, $(B, 1)$, $(C, 1)$ et $(D, 1)$.

On note H le centre de gravité du triangle BCD (c'est-à-dire H est l'isobarycentre de B, C et D)

1. Démontrer que G est le barycentre de $(H, 3)$ et $(A, 4)$.
2. Situer le point G sur la droite (AH).

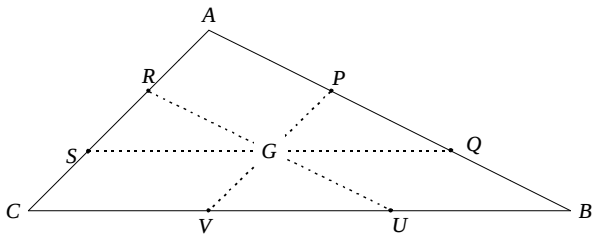
(Pour cet exercice, une figure est recommandée)

Exercice 3 (7 points)

ABC est un triangle de centre de gravité G.

On définit les points P, Q, R, S, U et V par :

$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AS} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BU} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC},\ \overrightarrow{BV} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$



1. Démontrer que P est le barycentre de $(A, 2)$ et $(B, 1)$ et que V est le barycentre $(C, 2)$ et $(B, 1)$.
2. En déduire que G est le milieu de $[PV]$.
3. On démontre, de même, que G est le milieu de $[RU]$ et de $[SQ]$ (inutile de refaire les calculs). Démontrer que $RPUV$ est un parallélogramme.

Exercice 4 (3 points)

$ABCD$ est un carré.

1. Quel est l'ensemble E des points M du plan tels que $\| 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \| = AB$?
2. Représenter cet ensemble E.

Exercice 5 (4 points)

Soient A et B deux points distincts et $G = \text{bar}\,(A, \alpha), (B, \beta)$ avec $\alpha + \beta \neq 0$.

Démontrer l'équivalence : $G \in [AB] \Leftrightarrow \alpha$ et β sont de mêmes signes.