1S Devoir commun Vendredi 3 avril 2009 de 15h à 17h

Exercice 1

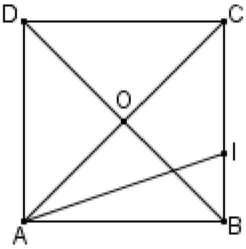
On considère trois points A, B et C non alignés. On note I le milieu de $[AC]$ et G le barycentre de $(A; 1)$, $(B; 3)$ et $(C; 1)$.

1) Montrer que les points B, I et G sont alignés.
2) Construire le point G.
3) Déterminer et tracer l'ensemble des points Mtels que $|| \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} || = 5\ MA$

Exercice 2

On considère un carré $ABCD$ de centre O et de côté 3. On définit I tel que $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

1) Calculer les produits scalaires suivants. On demande les justifications.



   a. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$
   b. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$
   c. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$
   d. $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AC}$
   e. $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OD}$
   f. $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{OD}$
2)
   a) Déterminer des coefficients b et c tels que I soit le barycentre de $(B; b)$ et $(C; c)$.
   b) Déterminer l'ensemble des points M tels que $\left(2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{MA} = 0$

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{1}{2}\right\}$ définie par $f(x) = \frac{2x^2+x+1}{2x-1}$ et dont on donne le tableau de variations.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
Variations de f	$-\infty$	↗	$-\frac{1}{2}$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$\frac{7}{2}$	↗	$+\infty$

Première partie : *lecture du tableau de variation :*

1) La courbe de f admet-elle des asymptotes horizontales ? verticales ? Préciser leurs équations.
2) Donner le signe de $f(x)$.

Deuxième partie : *Nous allons maintenant démontrer les différents éléments de ce tableau (dans cette partie tous vos résultats doivent être justifiés avec précision) :*

1) Vérifier que $f'(x) = \frac{4x^2-4x-3}{(2x-1)^2}$.
2) Etudier le signe de $f'(x)$.
   Votre résultat est-il cohérent avec le tableau de variations donné ? Expliquer.
3) Justifier les limites de f en $+\infty$ et en $\frac{1}{2}$.

Troisième partie : *Compléments et courbe représentative :*

4) Montrer que la droite Δ d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe représentative de f en $+\infty$ et $-\infty$.
5) Etudier la position relative de la courbe de f et de Δ.
6) Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.
7) Tracer dans un repère la courbe représentative de f, ses asymptotes et la tangente T. On prendra 1 cm pour unité en abscisse et en ordonnée.

Exercice 4

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$, on considère les droites d et d' d'équations respectives $y = \frac{1}{2}x + 5$ et $y = 3x - 5$.

La droite d coupe l'axe des ordonnées en B et la droite d' coupe l'axe des ordonnées en C.

Les droites d et d' sont sécantes en A.

Déterminer par le calcul une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$. Bien justifier la démarche utilisée.