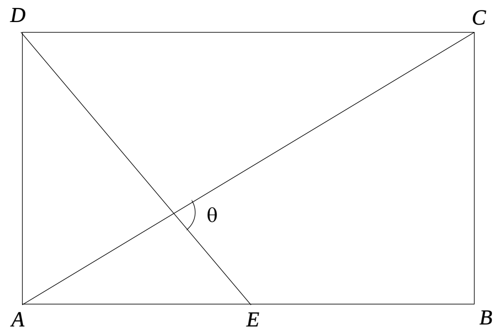
$1S_1$: DEVOIR SURVEILLÉ N°6 (1 heure)

Dans tout ce devoir, les repères considérés sont **orthonormés**.

Exercice 1 (8 points)

ABCD est un rectangle tel que $AD = 3$ et $AB = 5$.

E est le milieu de $[AB]$.



1. Calculer les longueurs AC et DE.
2. En exprimant chacun des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DE}$ en fonction des deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DE}$.
3. En déduire la valeur de l'angle orienté $\theta = (\overrightarrow{DE} ; \overrightarrow{AC})$ arrondie à 0,01 degré près.

Exercice 2 (4 points)

On se place dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$ où $A(1 ; 2)$ et $B(-1 ; 3)$.

1. Déterminer une équation de $\mathscr{C}$.
2. Déterminer son rayon r et les coordonnées de son centre Ω.

Exercice 3 (4 points)

ABCD est un parallélogramme avec $AB = 4$, $AD = 5$ et $AC = 7$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$.

Rappel : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2 \right)$

2. Calculer en développant : $(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB})^2$.
3. En déduire BD.

Exercice 4 (4 points)

ABC est un triangle dans lequel $AB = 2$ et $AC = 3$. De plus, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$.

Démontrer que ce triangle est rectangle en *B*.