$1S_1$: DEVOIR SURVEILLÉ N°5 (1 heure)

Dans tout ce devoir, les angles sont mesurés en **radians**.

Les repères considérés sont tous **orthonormés**.

Exercice 1 (4 points)

θ est un angle dont la mesure principale est située dans $[\frac{\pi}{2} ; \pi]$. On sait que $\sin\theta = \frac{4}{5}$.

Calculer $\cos\theta$ et $\tan\theta$.

Exercice 2 (6 points)

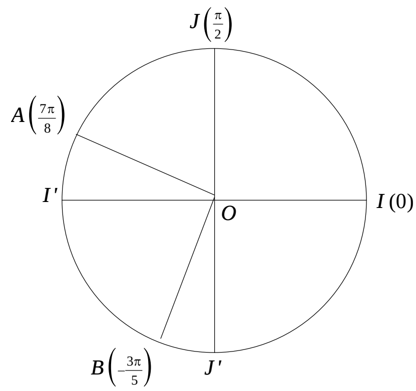
Sur un cercle trigonométrique $\mathscr{C}$, on considère les points A et B tels que :

$$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA}) = \frac{7\pi}{8} \quad \text{et} \quad (\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OB}) = -\frac{3\pi}{5}$$

Déterminer la mesure principale des angles suivants :

$$(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OJ}) \; ; \; (\overrightarrow{OJ}, \overrightarrow{OB}) \; ; \; (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA})$$

(On pourra utiliser la relation de Chasles)



Exercice 3 (7 points)

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points A et B dont les **coordonnées polaires** sont :

$$A(2 ; 0) \quad B(2 ; \frac{\pi}{6})$$

On considère également le point C dont les **coordonnées cartésiennes** sont : $C(-\sqrt{3} ; -1)$

1. Préciser, sans justification les coordonnées cartésiennes de A.
2. Calculer les coordonnées cartésiennes de B.
3. Calculer les coordonnées polaires de C.
4. Justifier que les points A, B et C sont sur un même cercle de centre O dont on précisera le rayon.
5. Placer, précisément, les points A, B et C sur une figure.
6. Quelle est la nature du triangle ABC ? (Justifier)

Exercice 4 (3 points)

Dans cet exercice, on dispose de la donnée suivante : $\tan\frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$.

1. Soit $x \in]0 ; \frac{\pi}{2}[$. Démontrer que : $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{\tan x}$.
2. En déduire que $\tan\frac{5\pi}{12} = 2 + \sqrt{3}$.