

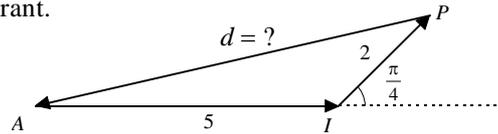
1S₁ : DEVOIR SURVEILLÉ N°7 (1 heure)

Dans tout ce devoir, les repères considérés sont **orthonormés**.

Exercice 1 (3 points)

Un promeneur marche 5 km en direction de l'Est, puis 2 km en direction du Nord-Est. Surpris par le mauvais temps, il retourne directement à son point de départ en courant.

Sur quelle distance d a-t-il couru ?



(On donnera la valeur exacte, puis la valeur approchée arrondie à 0,01 km près)

Exercice 2 (9 points)

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne $A(-2 ; 2)$ et $B(2 ; 2)$.

- Calculer les coordonnées du milieu I de $[AB]$.
- Démontrer que, pour tout point M du plan, on a :

$$MA^2 + MB^2 = 2 MI^2 + \frac{AB^2}{2}.$$

- Démontrer que l'ensemble E des points M du plan tels que : $MA^2 + MB^2 = 40$ est un cercle (C) de centre I et de rayon $r = 4$.
- Déterminer une équation du cercle (C) .
- Déterminer les coordonnées des (éventuels) points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.
- Soit λ un réel négatif. Comment choisir λ pour que le point $Z(\sqrt{7} ; \lambda)$ soit sur (C) ?
- Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) en Z .

Si vous n'arrivez pas à faire la question 2 ou la question 3, vous pouvez quand même faire la suite de l'exercice

Exercice 3 (4 points)

- Résoudre, dans $]-\pi ; \pi]$, l'équation : $\sin x = \sin(2x)$
Représenter les éventuelles solutions sur le cercle trigonométrique.
- Existe-t-il un angle aigu θ , non nul, ayant même sinus que 2θ ?

Exercice 4 (4 points)

On donne : $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$. Calculer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ puis de $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$.

Mini formulaire de trigonométrie

$$\begin{aligned} \cos(a-b) &= \cos a \cos b + \sin a \sin b & \cos(a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ \sin(a-b) &= \sin a \cos b - \cos a \sin b & \sin(a+b) &= \sin a \cos b + \cos a \sin b \\ \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a & \sin 2a &= 2 \sin a \cos a \\ \cos^2 a &= \frac{1 + \cos 2a}{2} & \sin^2 a &= \frac{1 - \cos 2a}{2} \end{aligned}$$